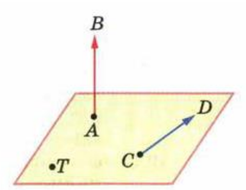
**13эл          математика          05.12.23**

# Конспект по теме: «Векторы в пространстве»

Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой — концом, называется **вектором**.



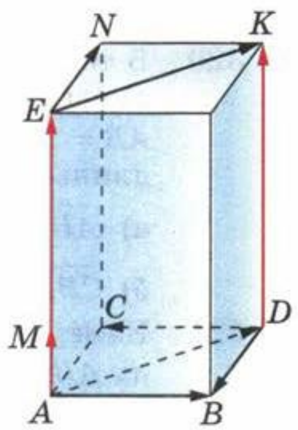

На рисунке изображены векторы

$\overrightarrow{АВ}$, $\overrightarrow{СД}$.

Любая точка может считаться нулевым вектором. Длиной ненулевого вектора назавается длина отрезка АВ.

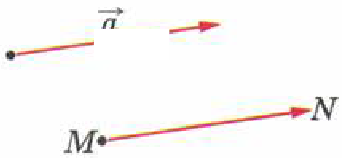
Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Если два ненулевых вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны и если при этом лучи $AB$ и $CD$ сонаправлены, то векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ называются **сонаправленными**, а если эти лучи не являются сонаправленными, то векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ называются **противоположно направленными.** Нулевой вектор условимся считать сонаправленным с любым вектором.

Запись $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ обозначает, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены,



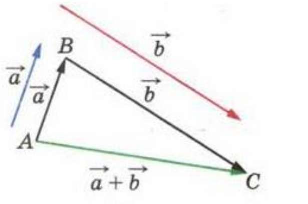

а запись $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$ — что векторы $\vec{c}$ и $\vec{d}$ противоположно направлены. На рисунке 101 изображен параллелепипед. На этом рисунке $\overrightarrow{AM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DK}$, $\overrightarrow{AD} \uparrow\uparrow \overrightarrow{EK}$, $\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DC}$; векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AM}$ не являются ни сонаправленными, ни противоположно направленными, так как они не коллинеарны.

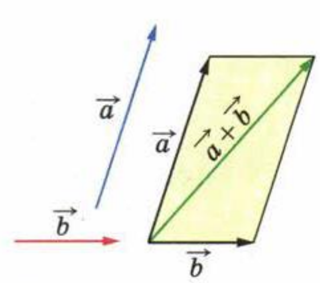
Векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их длины равны. На рисунке 101 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DK}$, так как $\overrightarrow{AE} \uparrow\uparrow \overrightarrow{DK}$ и $|\overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{DK}|$, а $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DC}$, так как $\overrightarrow{AB} \uparrow\downarrow \overrightarrow{DC}$.



# Действия с векторами

**1.** Правило треугольника:



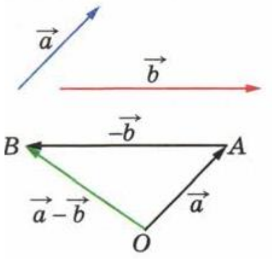

Правило параллелограмма сложения двух неколлинеарных векторов

**2.**

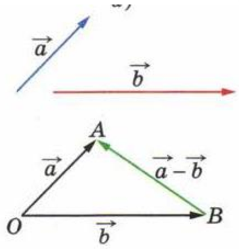
**3.**

Сложение векторов $\vec{a}$ и $-\vec{b}$:

**(вектор $-\vec{b}$ называется противоположным вектору $\vec{b}$)**



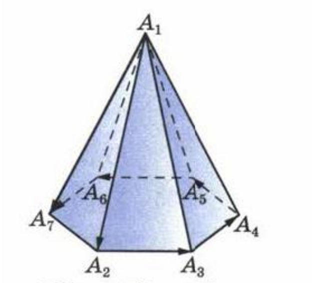

**4.** Вычитание 2 векторов:




$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\ \overrightarrow{OB}=\vec{b}$

$\overrightarrow{BA}=\vec{a}-\vec{b}$

**5. Правило многоугольника:**




$\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+\overrightarrow{A_3A_4}+$
$+\overrightarrow{A_4A_5}+\overrightarrow{A_5A_6}+\overrightarrow{A_6A_7}=$
$=\overrightarrow{A_1A_7}$

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ справедливы равенства:

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ (переместительный закон);

$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ (сочетательный закон).

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и любых чисел $k$, $l$ справедливы равенства:

$(kl)\vec{a}=k(l\vec{a})$ (сочетательный закон);

$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$ (первый распределительный закон);

$(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$ (второй распределительный закон).

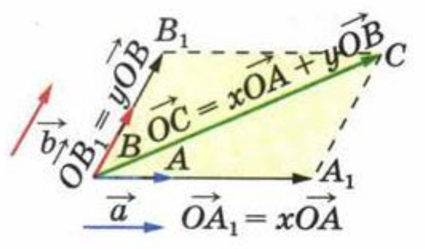
**6. Умножение вектора на число:**

**Произведением** ненулевого вектора $\vec{a}$ на число $k$ называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k|\cdot|\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k>0$ и противоположно направлены при $k<0$. Произведением нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор.

Если вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т. е. представить в виде

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}, \qquad (1)$$

где $x$ и $y$ — некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны.




Если вектор $\vec{p}$ представлен в виде

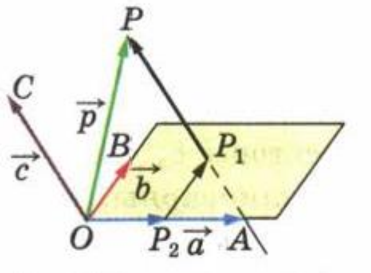
$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}, \qquad (2)$$

где $x$, $y$ и $z$ — некоторые числа, то говорят, что **вектор $\vec{p}$ разложен по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$**. Числа $x$, $y$, $z$ называются **коэффициентами разложения**.

Докажем теорему о разложении вектора по трем некомпланарным векторам.

**Теорема**

**Любой вектор можно разложить по трем данным некомпланарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом.**




**Контрольная работа по теме: «Векторы в пространстве»**

**! ПРИ** выполнения первой части контрольной работы вам поможет конспект и знания геометрии 7-9 класса.

## Уровень А.

**Заполните пропуски.**

1. Вектором на плоскости называется …
2. Вектор изображается …
3. Модулем вектора называется …
4. Два вектора в пространстве называются противоположно направленными, если …
5. При умножении вектора на число …
6. Два вектора считаются равными, если …

7.Нулевой вектор коллинеарен …….. вектору.

## Уровень В.

8Дан параллелепипед$ABCDA_1B_1C_1D_1$. Назовите один из векторов, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный: а) $\overrightarrow{A_1B_1}$ $+\overrightarrow{BC}+$ $\overrightarrow{DD_1}$ $+\overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{CC_1}$.

1. Дай тетраэдр$ABCD$. Точка $M$ — середина ребра $BC$, точка $E$-середина отрезка$DM$. Выразите вектор $\overrightarrow{AE}$через векторы $\vec{b}$ $=\overrightarrow{AB}$, $\vec{c}$ = $\overrightarrow{AC}$, $\vec{d}$ = $\overrightarrow{AD}$.